

Simulatie van Complexiteit

Cor van Dijkum

Onderzoeksgroep Simulatie NOSMO

Capaciteitsgroep Methodenleer en Statistiek

Universiteit Utrecht

Wat is Complexiteit ?

- Een ingewikkeld geheel?
- Een verschijnsel dat vele aspecten heeft?
 - NEE
 - Dat is: *Gecompliceerd*
- Iets wat je niet kunt doorgronden?
 - *Dat komt in de buurt*

Complexiteit

- Niet kunnen doorgronden
 - *Niet analytisch uit te drukken in een expliciete wiskundige formule*

- Maar wanneer is dat het geval?!
 - *Bij niet lineaire differentiaalvergelijkingen*
 - *Bijvoorbeeld bij vergelijkingen waarmee men het weer probeert te voorspellen*

Complexiteit

- Differentiaalvergelijkingen?
 - Dat zijn bewegingsvergelijkingen: van het ene moment naar het andere moment
- Lineaire differentiaalvergelijkingen?
 - Bijvoorbeeld: de vergelijking waarmee men het aantal geboorten uitrekent afhankelijk van de bevolkingsgrootte, en een geboortepercentage

Lineaire differentiaalvergelijkingen?

- De vergelijking waarmee men het aantal geboorten uitrekent afhankelijk van de bevolkingsgrootte en een geboortepercentage
 - Start: Differentievergelijking

$$\frac{\Delta \text{Bevolkingsgrootte}}{\Delta t(\text{perjaar})} = \text{geboortepercentage} * \text{bevolking}$$

- Differentiaalvergelijking

$$\square \Delta t \rightarrow 0$$

$$\frac{d\text{Bevolkingsgrootte}}{dt(\text{perjaar})} = \text{geboortepercentage} * \text{bevolking}$$

Niet Lineaire differentiaalvergelijkingen?

- De vergelijking waarmee men het aantal geboorten uitrekent afhankelijk van de bevolkingsgrootte, en een geboortepercentage, maar met een maximum aan de bevolkingsgrootte

$$\frac{dB}{dt} = gb * B * (Max - B)/Max$$

Geremde Groei (Demograaf Verhulst)

Niet Lineaire differentiaalvergelijkingen

- *Natuurwetenschappen:*
 - Drie lichamen zwaartekracht interactie
 - (Kolmogorov, Arnold, Moser)
 - Turbulentie in vloeistoffen
 - (Landau, Ruelle & Takens, Prigogine)
 - Geremde Groei (Logistische vergelijking)
 - (Verhulst, Li & Yorke)
 - Vergelijkingen voor de atmosfeer (& weer)
 - (Lorenz, Henon)
 - Populatie Dynamica
 - (May)
 -!!

Niet Lineaire differentiaalvergelijkingen

- *Sociale Wetenschappen:*
 - *Economie*
 - *(Kaldor, Cars-Hommes)*
 - *Demografie*
 - *(Verhulst, Pearl & Reed, Bonneuil, Oskamp)*
 - *Sociologie*
 - *(Haag & Weidlich)*
 - *Fysiologie & Psychologie*
 - *(Been, Van Geert, Van Ornden, Thelen, Kelso,)*

Niet Lineaire differentiaalvergelijkingen

- Waarom in de sociale wetenschappen?

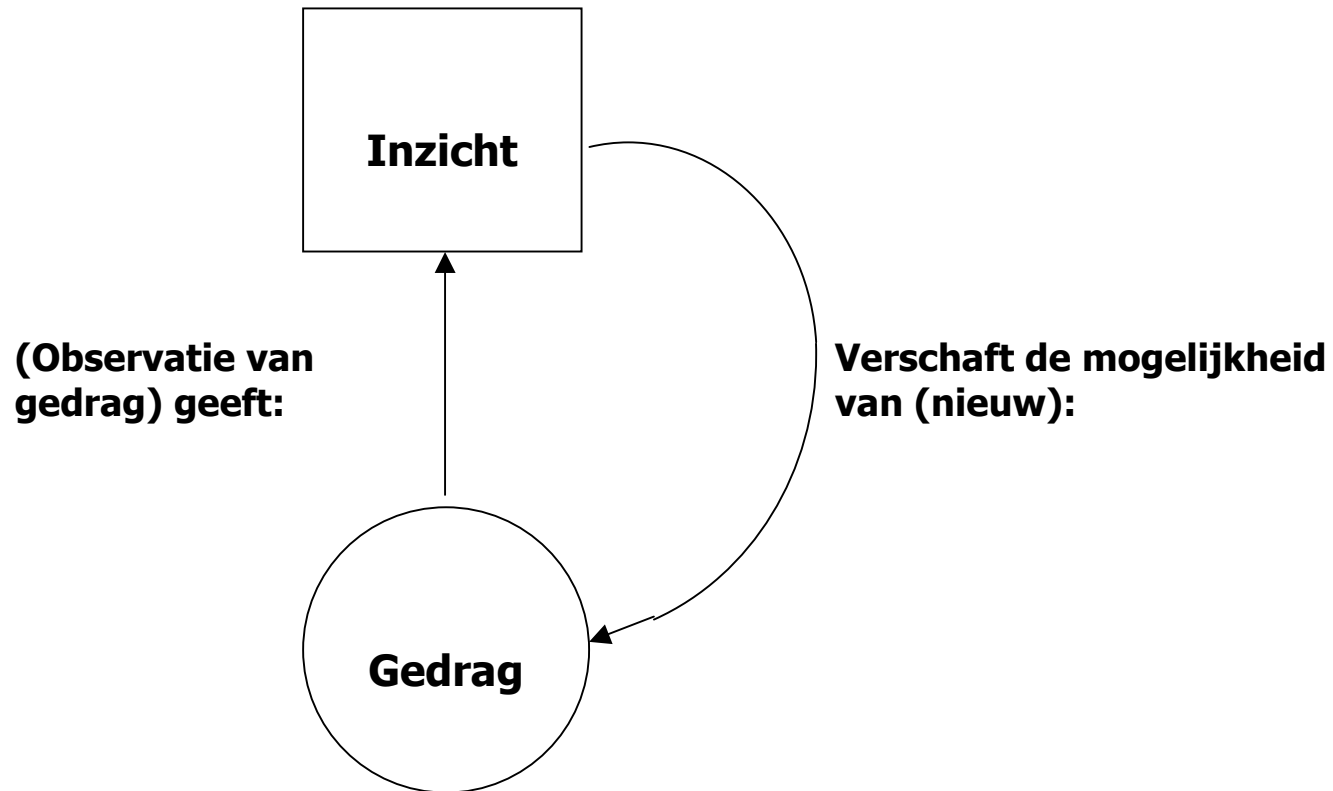
– Twee stappen:

- Waarom Differentiaalvergelijkingen ?
- Waarom niet lineaire Differentiaalvergelijkingen ?

Waarom Differentiaalvergelijkingen ?

- Omdat die het beste veranderingen (van gedrag) beschrijven
- *Omdat de aard van het menselijk gedrag het beste kan worden beschreven met (recursieve) differentiaal vergelijkingen*
 - *Gedrag in het verleden bepaalt Gedrag in de toekomst*

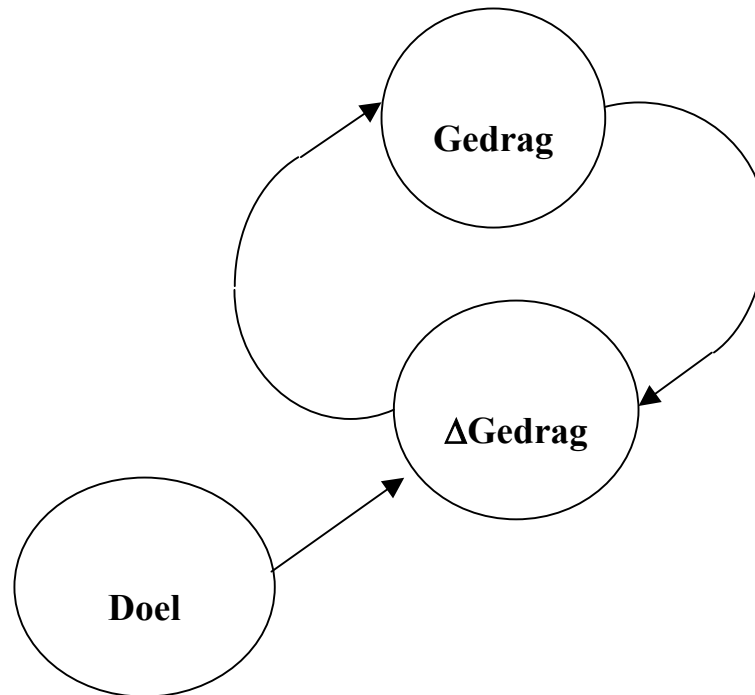
Menselijk gedrag = Feedback



**Gedrag is intentioneel gedrag.
Tolman (1932,1966) en Hull (1951).**

Menselijk gedrag = Intentionele Feedback

- Gedrag wordt Bijgestuurd door een
Intentie of Doel



Gedrag veranderen = Gedrag + Verandering

- Gedrag Beschrijven en Verklaren =
Verandering Beschrijven en Verklaren

- Variabelen:

Verandering Gedrag, Gedrag, Intentie/Doel, (Tijd)

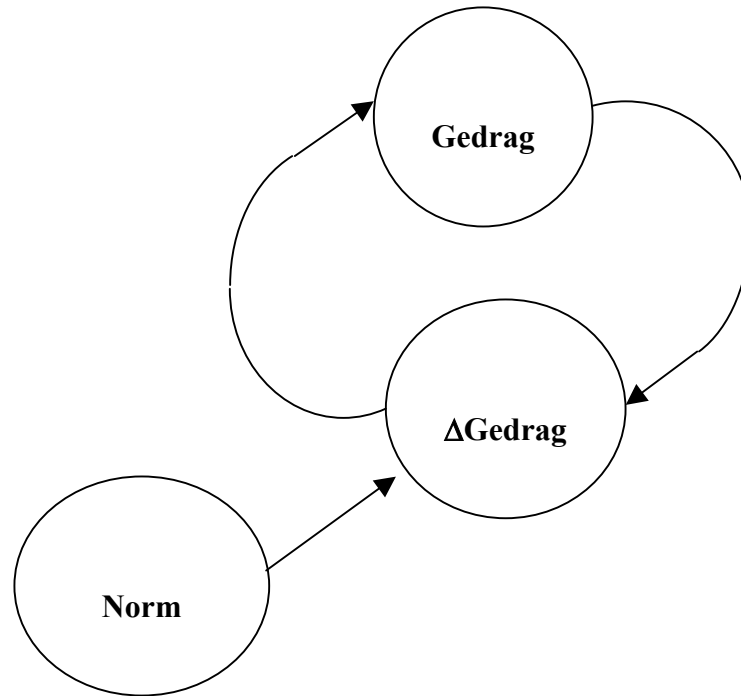
- Kort uitgedrukt:

- $\text{Verandering Gedrag} = \text{Funktie}(\text{Intentie, Gedrag, (Tijd)})$

- *Ofwel*

- $\text{Verandering Gedrag per Tijdseenheid} =$
 $\text{Funktie}(\text{Doel, Gedrag})$

Gedrag Beschrijven en Verklaren



- In formule = Differentievergelijking

$$\frac{\Delta Gedrag}{\Delta t} = F(Gedrag, Norm)$$

Cirkelgang tussen Huidig gedrag, Norm en Toekomstig Gedrag

- FEEDBACK PROCES
- (1) een momentane vergelijking tussen de waarde van een criteriumvariabele en een norm;
- (2) geeft aanleiding tot acties daarna om een discrepantie tussen die waarde en die norm bij te sturen;
 - (3) om in de verder gelegen toekomst een veranderde waarde van die criteriumvariabele te kunnen constateren die dichterbij de norm ligt.

Cirkelgang als Continue Proces

$$\Delta t \rightarrow 0$$

Geeft een

Recursieve Differentiaalvergelijking

$$\frac{dGedrag}{dt} = F(Gedrag, Norm)$$

Conclusie

- De cirkelgang waarin menselijk gedrag wordt geproduceerd kan het beste worden beschreven met behulp van (recursieve) differentiaalvergelijkingen

Lineaire Differentiaalvergelijkingen

- Eenvoud is het kenmerk van het ware
 - Principe van zuinigheid
 - Bijvoorbeeld in de Economie
 - *De econometrische vergelijkingen van Tinbergen*
 - In de Demografie
 - *Eenvoudige bevolkingsmodellen*
 - In de Sociale Wetenschappen
 - *Lineaire correlatie en regressie modellen*

Lineaire Differentiaalvergelijkingen?

- Maar gaat dat altijd op ?
- Kan men feedback altijd als lineair benaderen?
 - NEE
 - Neem bijvoorbeeld Verhulst Model van Geremde Groei
 - *Feedback tussen groei bevolking en bevolking is niet lineair*
 - of model economische vraag en aanbod van Hommes
 - *Feedback tussen vraag en aanbod is niet lineair*
 - of jager/prooi model van Lotka-Volterra
 - *Feedback tussen groei prooi en groei jager is niet lineair*

Waarom Niet Lineaire Differentiaalvergelijkingen in de Sociale Wetenschappen ?

- Feedback lineair dan verandering van het gedrag is recht evenredig met (de impact van) dat gedrag.
 - Bijvoorbeeld des te groter het territorium dat men handhaaft des te meer zal men zijn territorium willen laten groeien. Nu is een dergelijke veronderstelling vaak niet van toepassing.
- Het ligt meer voor de hand om een niet-lineaire feedback te veronderstellen,
 - zoals bij geremde groei er van uit te gaan dat bij de lineaire feedback nog een remmende (ook lineaire) feedback moet worden toegevoegd, zodat het resultaat een kwadratische feedback is
 - Of zoals bij het leren van woordjes bij kinderen, het aantal woordjes dat zij al kennen een stimulerende factor is, maar niet lineair, omdat anders de woordenschat zich exponentieel zou uitbreiden.

Niet Lineaire Differentiaalvergelijkingen

- Stelling:
 - Niet-lineaire differentiaal vergelijkingen zijn vaak adequater om menselijk gedrag te beschrijven dan lineaire differentiaalvergelijkingen
- Gevolg
 - Verrassingen en Weg van de Stereotype Denkwijzen en Methoden in de Sociale Wetenschappen

Simulatie

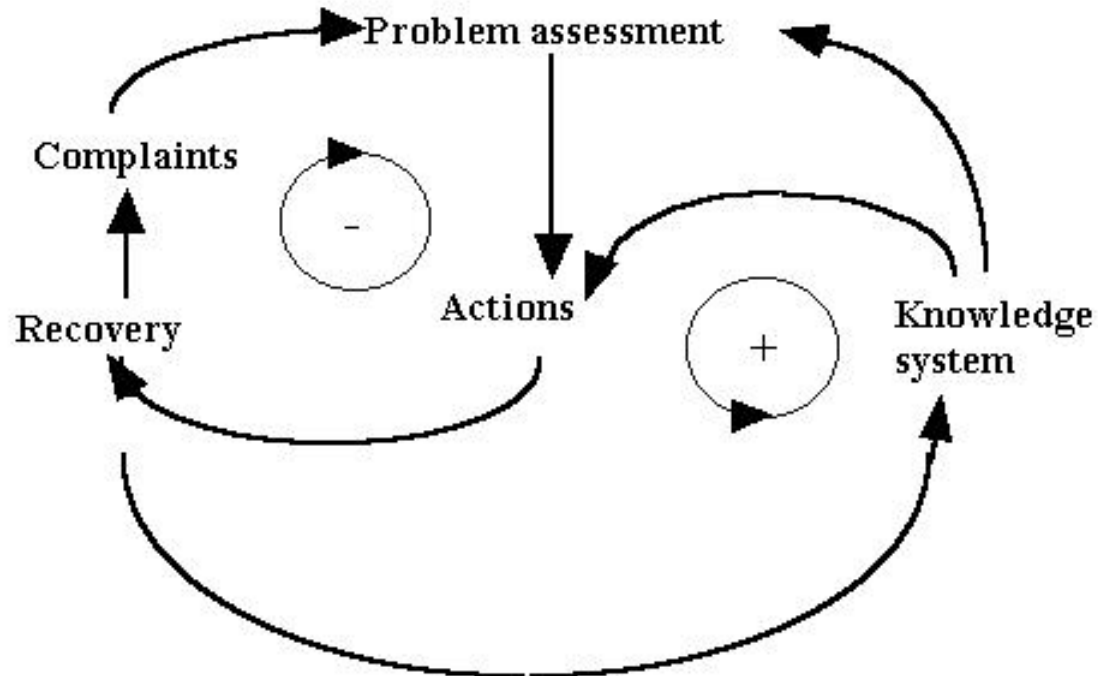
Complexiteit

- Niet lineaire differentiaalvergelijkingen zijn niet onmiddellijk te doorgronden, ook niet met behulp van de body of knowledge die ontwikkeld is in de wiskunde, de complexiteit is daarvoor te groot.
 - *Daarom*
 - *Simuleren & Experimenteren*

Simulatie

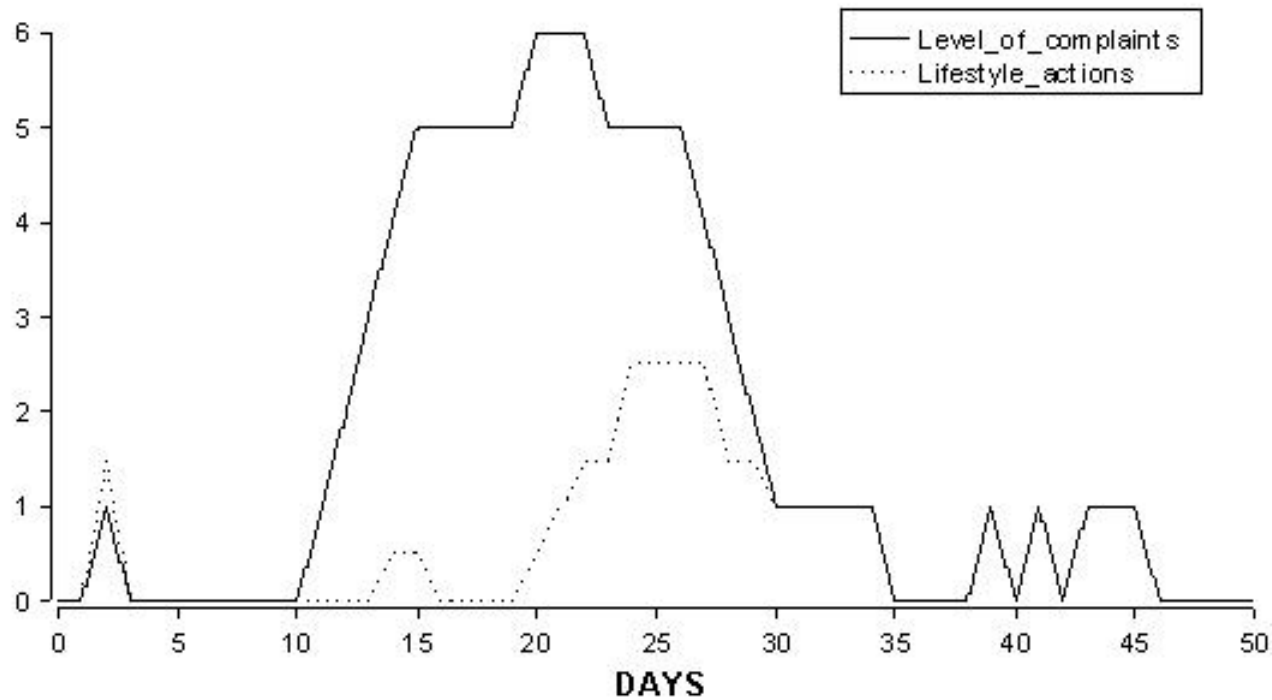
Complexiteit:

Medische Klachten met niet lineaire Feedback

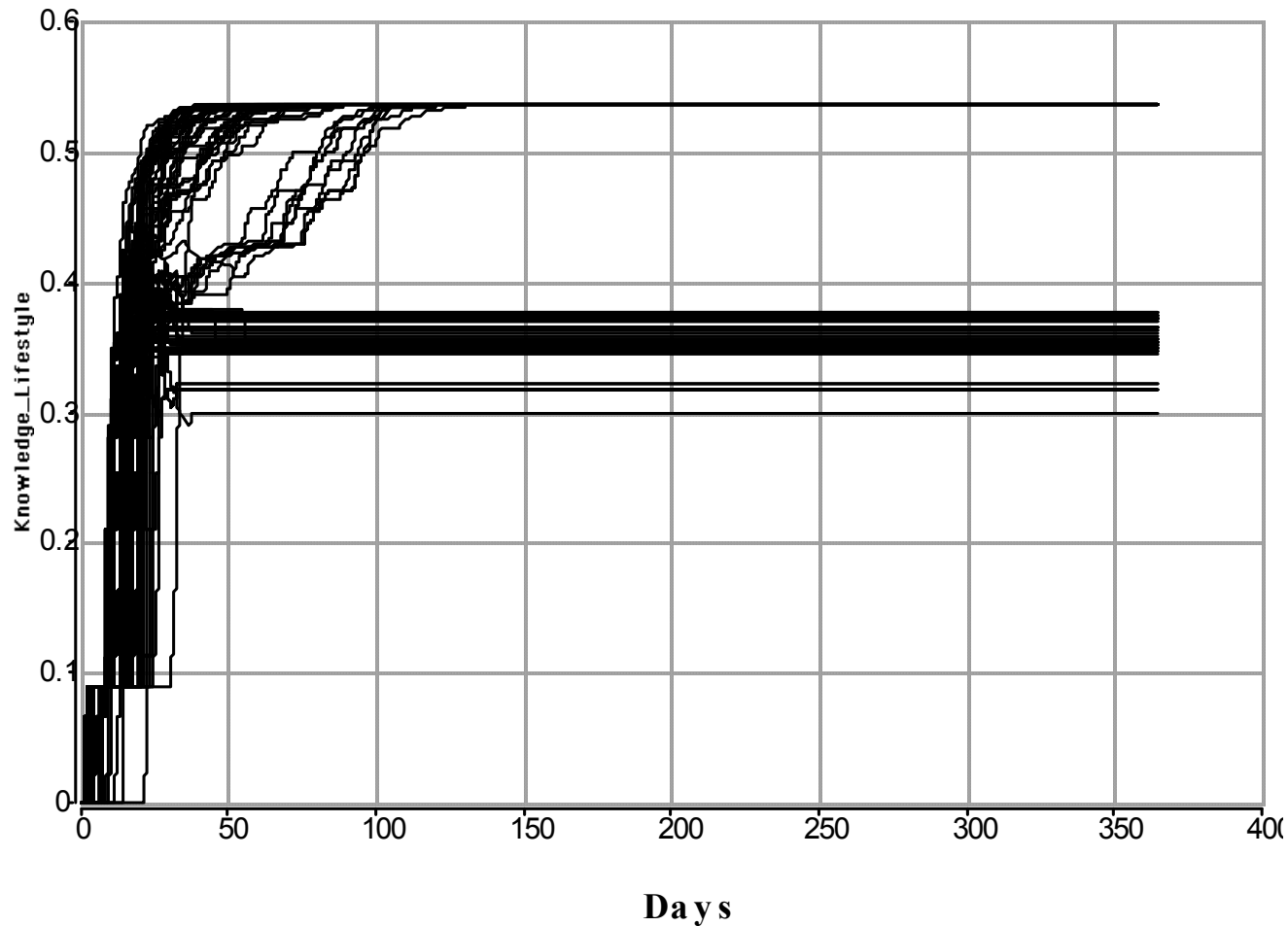


Simulatie

Complexiteit: Medische Klachten



Simulatie
Complexiteit:
Medische Klachten
Verrassingen: Bifurcaties



Simulatie

Complexiteit:

Medische Klachten

Verrassingen

- *Zie:*
- Mens-Verhulst J. van, Dijkum C. , Kuijk E. van, Lam N. (2003). The Self-regulation of Fatigue and Associated Complaints: an Exploratory Simulation, *Patient Education and Counseling*, Volume 49, Issue 1, January 2003, Pages 53-57.
- Dijkum C. , Mens-Verhulst J. van, Kuijk E. van, Lam N. (2002), System Dynamic Experiments with Non-linearity and a Rate of Learning, *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, Vol. 5, 3.

Simulatie

Complexiteit:

Competitie

- *Lotka Volterra Model: Competitie model*
- Eerst: Stella demonstratie bevolkingsgroei
 - Dan: Geremde Groei
- Lotka Volterra Prooi Jager
 - Competitie Model

Simulatie
Complexiteit:
Competitie

- Model Prigogine, analoog Lotka Volterra:
 - Verschil toevoegen random fluctuaties
- Prigogine voor cognitieve ontwikkeling:
combinatie Prigogine met Eckstein

Simulatie
Complexiteit:
Dyslexie

- Pieter Been (1991,1992): niet lineaire feedback bij oogbewegingen
- Nieuw materiaal en onderzoek
 - Fred Hasselman
 - Gesimuleerd in Stella

Validatie van Niet Lineaire Modellen ?

- Kalman filter = Feedback Schatting
- Recursieve schatting van de minimale variantie van de toestand van het systeem
 - Toestandsvergelijking:
 - $X_k = A_k x_{k-1} + \varepsilon_k$ ($A_k = \text{constant}$; $\varepsilon_k = \text{noise}$)
 - Meetvergelijking
 - $Y_k = C_k + \delta_k$ ($C_k = \text{constant}$; $\delta_k = \text{meetfout}$)
 - ε_k en δ_k hebben geen correlatie, zijn normaal verdeeld
 - Truc: van Prior Estimate naar Posteriori Estimate
 - *Van k-1 naar k*
 - *Eerst schatten van toestand, daarna metingen, dan bijstellen schatting toestand*

Validatie van Niet Lineaire Modellen ?

- Maar wat is de invloed van de veronderstelde normaalverdeling van fouten en fluctuaties in het systeem ?
- Kunnen zo niet lineaire systemen worden geschat ?
 - *Casestudies:*
 - Lorenz Model*
 - Gemodificeerde Kalmanfilter:
 - Ozaki, et al.
 - Herman Singer